

## Równania różniczkowe Lista 6

**Zad 1.** Scałkować następujące równania (tzw. równania niepełne):<sup>1</sup>

	równanie		równanie		równanie
a)	$y'^3 + 1 = 0$	f)	$x(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}} = a$	k)	$y = \frac{1}{2}y'^2 + \ln y'$
b)	$y' - \sin y = 0$	g)	$x = y'^3 + 1$	l)	$y = y'^2 + 2y'^3$
c)	$y'^3 + 1 = 3y'$	h)	$xy'^3 = 1 + y'$	m)	$y^{\frac{2}{3}} + y'^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$
d)	$y' -  y'  = 0$	i)	$x = y' \ln y'$	n)	$y^3 + y'^3 - 3ayy' = 0$
e)	$x = ay' + by'^2$	j)	$x^3 - y'^3 = xy'$	o)	$\frac{y}{\sqrt{1+y'^2}} = a$

**Zad 2.** Scałkować następujące równania (równania Langrange'a oraz równania Clairauta):

	równanie		równanie		równanie
a)	$2yy' = x(y'^2 + 4)$	d)	$y = x(1 + y') + y'^2$	g)	$y = xy' + \sqrt{1 - y'^2}$
b)	$y = -xy' + y'^2$	e)	$2y(y' + 2) = xy'^2$	h)	$y = x + y'^2 - y'$
c)	$y = xy' - y'^2$	f)	$y = xy' - a\sqrt{1 + y'^2}$	i)	$x = \frac{y}{y'} + \frac{1}{y'^2}$

**Zad 3.** Scałkować następujące równania (niezawierające szukanej funkcji):<sup>2</sup>

	równanie		równanie		równanie
a)	$(1 + x^2)y'' + y'^2 + 1 = 0$	c)	$xy'' = y'$	e)	$xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$
b)	$y'' + 2xy' = 0$	d)	$y'(1 + y'^2) = ay''$	f)	$x(\ln x) \cdot y'' = y'$

**Zad 4.** Rozwiązać zagadnienie Cauchy'ego dla następujących równań oraz warunków początkowych, zbadać uprzednio zagadnienie istnienia i jednoznaczności poszukiwanych rozwiązań:

	równanie	$x_0$	$y_0$	$y'_0$		równanie	$x_0$	$y_0$	$y'_0$	$y''_0$
a)	$y'' = (1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}$	0	1	0	c)	$4y' + y''^2 = 4xy''$	0	0	-1	...
b)	$y''^2 = y'$	0	0	1	d)	$2xy'' + y''' = 0$	0	1	1	1

**Zad 5.** Scałkować następujące równania (niezawierające zmiennej niezależnej):

	równanie		równanie		równanie
a)	$yy'' = y'^3$	c)	$1 + y'^2 = 2yy''$	e)	$y'' = \frac{1}{8\sqrt{y}}$
b)	$yy''^2 = 1$	d)	$2yy'' + y'^2 + y'^4 = 0$	f)	$y'' = -y'^2 + 2e^{-y}$

**Zad 6.** Scałkować następujące równania liniowe jednorodne

	równanie		równanie		równanie
a)	$y'' - 6y' + 8y = 0$	i)	$y'' + 4y = 0$	r)	$y''' - 7y'' + 16y' - 12y = 0$
b)	$y'' + 3y' + 2y = 0$	j)	$y''' = y$	s)	$y^{(4)} + 2y'' - 8y' + 5y = 0$
c)	$y'' + 3y' = 0$	k)	$y''' - 2y'' + 9y' = 18y$	t)	$y^{(4)} - 2y''' + 2y'' - 2y' + y = 0$
d)	$y'' - y' - 2y = 0$	l)	$y^{(4)} - y = 0$	u)	$y^{(4)} - 4y''' + 8y'' - 16y' + 16y = 0$
e)	$y'' - 2y' = 0$	m)	$y^{(4)} + 10y'' + 9y = 0$	w)	$y^{(4)} + 8y'' + 16y = 0$
f)	$y''' + 2y = 2y'' + y'$	n)	$y^{(4)} + y = 0$	x)	$y^{(4)} + 2y''' + 3y'' + 2y' + y = 0$
g)	$y^{(4)} + 4y = 5y''$	o)	$y^{(6)} - y = 0$	y)	$y^{(5)} + 8y''' + 16y' = 0$
h)	$y^{(5)} + 9y' = 10y'''$	p)	$y''' - 6y'' + 12y' = 8y$	z)	$y^{(5)} + y^{(4)} + 2y''' + 2y'' + y' + y = 0$

<sup>1</sup>j) Dokonać podstawienia  $y' = tx$ , wyrazić  $x$ , a następnie  $y'$  przez  $t$

<sup>2</sup>a) jednym z rozwiązań jest  $y = \ln|x|$ .